

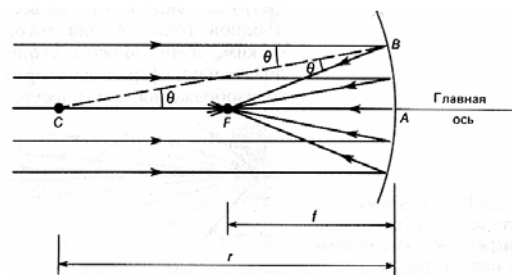
Урок №6 (31.01.2008)

Формулы тонкой линзы и сферического зеркала.

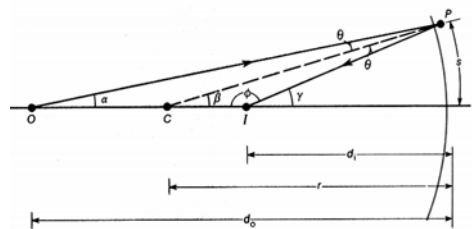
1. Сферическое зеркало

Параксиальный луч – луч, образующий малые углы с оптической осью и пересекающий поверхности на расстояниях, малых, по сравнению с их радиусами кривизны.

Вообще-то говоря, параллельный пучок света, падающий на сферическое зеркало, не соберется в одной точке (в одной точке поток параллельных лучей собирает параболическое зеркало). Однако, если мы рассматриваем только *параксиальные* лучи, то можно считать, что сферическое зеркало собирает параллельный пучок света в точке, называемой *фокусом* зеркала. Найдем соотношение между радиусом зеркала r и его фокусным расстоянием f . Из рисунка очевидно, что $CF = FB$. Полагая $CA \gg BA$, можем считать, что $FB = FA$. Следовательно $f = r/2$.



Теперь посмотрим, на каком расстоянии d_i от точки A будет изображение предмета, расположенного на оптической оси зеркала на расстоянии d_o от точки A .



$\gamma + \phi = \pi$, следовательно $\gamma = \alpha + 2\theta$, т.к. сумма углов треугольника OPI равна π . Аналогично, $\beta = \alpha + \theta$. Исключая θ , получаем: $\alpha + \gamma = 2\beta$. Это равенство можно с некоторым приближением заменить на соотношение: $\frac{s}{d_o} + \frac{s}{d_i} = \frac{2s}{r}$ (через определение радиана).

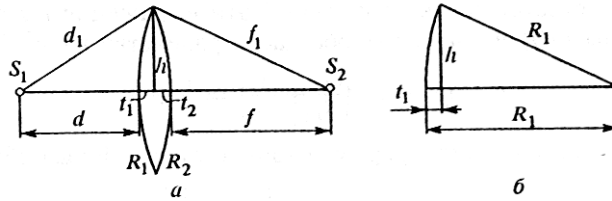
В итоге получаем: $\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$ – формулу для сферического зеркала.

Правило знаков

Радиус считается положительным, если зеркало вогнутое. Расстояние до изображения считается отрицательным, если изображение оказывается за зеркалом.

2. Тонкая линза

Рассмотрим, что происходит с расходящимся пучком световых лучей, попадающих на *тонкую линзу*. Для этого воспользуемся принципом Ферма.



Пусть у нас лучи выходят из точки S_1 , расположенной на оси линзы на расстоянии d от нее. Докажем, что при этом они сойдутся в некоторой точке S_2 , на расстоянии f от линзы.

Пусть радиусы кривизны линзы R_1 и R_2 ($\gg d, f$). Пусть, также, высота линзы $h \ll d, f$. Согласно принципу Ферма, оптические длины всех лучей, проходящих через линзу, должны быть равны. Рассмотрим два луча, показанных на рисунке.

Приравняем оптические длины этих лучей:

$$d + n(t_1 + t_2) + f = d_1 + f_1.$$

Выразим d_1 по теореме Пифагора:

$$d_1 = \sqrt{(d + t_1)^2 + h^2} = (d + t_1) \sqrt{1 + \frac{h^2}{(d + t_1)^2}}.$$

Считая второе слагаемое под корнем много меньше единицы, получим:

$$d_1 \approx d + t_1 + \frac{1}{2} \frac{h^2}{d + t_1}.$$

Для f_1 аналогично получим:

$$f_1 \approx f + t_2 + \frac{1}{2} \frac{h^2}{f + t_2}.$$

Подставляя все это в первое равенство, получим:

$$(n - 1)(t_1 + t_2) = \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{f} \right).$$

С помощью теоремы Пифагора выразим t_1 и t_2 :

$$t_1 = R_1 - \sqrt{R_1^2 - h^2} \approx \frac{h^2}{2R_1}, \quad t_2 \approx \frac{h^2}{2R_2}.$$

В результате, наконец, получаем формулу тонкой линзы:

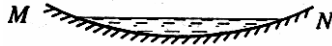
$$\boxed{\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \text{ где } \frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Правило знаков

У выпуклой линзы R положительно. Расстояние до изображения считается отрицательным, если изображение находится с той же стороны, что и источник света. Расстояние до объекта считается положительным, если объект располагается с той же стороны, что и источник света. (Последнее может нарушаться, если мы рассчитываем систему из нескольких оптических приборов.)

3. Задачи.

1. Горизонтально расположенное вогнутое зеркало MN заполнено водой. Радиус зеркала $R = 60$ см. Каково фокусное расстояние такой системы? Наибольшая глубина воды в зеркале мала по сравнению с радиусом сферы.



2. Как расположить собирающую линзу и сферическое вогнутое зеркало, чтобы лучи света, идущие от точечного источника, находящегося на общей оптической оси линзы и зеркала, создали изображение источника в том же месте, где находится сам источник?
3. Каков радиус кривизны вогнутого сферического зеркала, если изображение предмета, находящегося на расстоянии 15 см от зеркала, получается увеличенным в два раза?
4. Радиус кривизны вогнутого зеркала 40 см. Найдите положение объекта, при котором его изображение получается действительным и увеличенным в два раза. Найдите такое положение объекта, при котором изображение будет мнимым и увеличенным в два раза.